Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2021-22

PROFESOR: Pablo Candela

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- TEMA: El método polinomial en combinatoria (Genérico)

Válido para 2 alumnos

Resumen/contenido: El método polinomial en combinatoria consiste en enfocar problemas combinatorios algebraicamente, de un modo que implica expresar una estructura combinatoria de interés usando polinomios, y analizar las propiedades de la estructura mediante el estudio de propiedades de estos polinomios. Recientemente, el método polinomial ha producido soluciones notablemente simples y elegantes de varios problemas centrales en combinatoria que llevaban abiertos muchos años. Un ejemplo famoso fue la obtención de nuevas cotas espectaculares para el Teorema de Roth sobre cuerpos finitos, obtenidas por Ellenberg y Gijswijt basándose en progreso crucial de Croot, Lev y Pach, en 2017. Otro ejemplo es la elegante solución de la Conjetura de Kakeya sobre cuerpos finitos por Dvir en 2008. Este trabajo estudiará algunos ejemplos principales de la amplia gama de resultados y técnicas que ofrece el método polinomial, y tratará también algunos de los resultados recientes mencionados anteriormente.

Requisitos: conocimiento básico de álgebra y de teoría de números elemental.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: partes básicas de Álgebra Conmutativa pueden ser útiles, pero no necesarias.

Bibliografía/referencias:

- T. Tao, *Algebraic combinatorial geometry: the polynomial method in arithmetic combinatorics, incidence combinatorics, and number theory*, disponible en https://arxiv.org/abs/1310.6482

- L. Guth, *Unexpected applications of polynomials in combinatorics*, disponible en http://math.mit.edu/~lguth/Exposition/erdossurvey.pdf

- Z. Dvir, *On the size of Kakeya sets in finite fields*, J. Amer. Math Soc. (2009) 22, 1093-1097.

- J. S. Ellenberg, D. Gijswijt, *On large subsets of F_q^n with no three-term arithmetic progression*, Annals of Math. 185 (2017), 339-343.

- T. Tao, V. Vu, *Additive combinatorics*, especialmente el capítulo 9, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 105. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.

2.- TEMA: Métodos de análisis de Fourier en combinatoria aritmética (Genérico)

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: El análisis de Fourier sobre grupos abelianos finitos (o análisis de Fourier discreto) es una herramienta fundamental con numerosas aplicaciones en varias áreas matemáticas y tecnológicas. En este trabajo se estudia la teoría básica del análisis de Fourier discreto y algunas aplicaciones importantes en combinatoria y teoría de números. El proyecto deberá explicar las bases de la teoría del análisis de Fourier discreto, pero habrá flexibilidad en la elección de aplicaciones. Estas pueden incluir una prueba con cotas efectivas del célebre Teorema de Roth sobre la existencia de progresiones aritméticas de longitud 3 en conjuntos de enteros de densidad positiva (nótese que, aunque la prueba Fourier-analítica original de Roth sea de los años 1950, el método Fourier-analítico ha seguido progresando y mejorando las cotas desde entonces, y hoy en día sigue siendo el método que da las mejores cotas en este teorema); el Teorema de Sárközy sobre diferencias cuadradas en conjuntos de enteros, y aplicaciones combinatorias del espectro de Fourier de subconjuntos de grupos abelianos.

Requisitos: conocimiento básico de análisis y de teoría de números elemental.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: partes básicas de Teoría de la Integral y de la Medida y de Análisis Funcional pueden ser útiles, pero no necesarias.

Bibliografía/referencias:

- T. Tao, V. Vu, *Additive combinatorics*, especialmente el capítulo 4, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 105. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.

- A. Terras, *Fourier analysis on finite groups and applications*, London Mathematical Society Student Texts, 43. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.